

CARLO COSMELLI
PRINCIPI DI FISICA
(PER FILOSOFI)

CAPITOLO 4 ELETTROMAGNETISMO

03/06/2018 10:06:24

Caratteri 10595

NOTA: questo capitolo è giusto un accenno ad alcune proprietà dei campi elettromagnetici. Nel corso ho trattato solo i paragrafi dal 4.1 – 4.2 - 4.2.1 – 4.2.2 - 4.3

L'indice va cambiato

4. ELETTROMAGNETISMO

4.1. Introduzione

4.2. Una nuova proprietà: la carica elettrica

4.2.1. Il Principio di conservazione della carica elettrica

4.2.2. Cariche elettriche ferme

4.2.3. Cariche elettriche in moto con velocità costante

4.2.4. Cariche elettriche accelerate

4.3. Il concetto di campo

4.3.1. Campo elettrico e campo magnetico

4.3.2. Interazioni elettromagnetiche

4.4. Le equazioni di Maxwell

4.4.1. La luce

4. Elettromagnetismo

4.1 Introduzione

Quando Newton scrive il secondo principio della Meccanica [$F=ma$], introduce il concetto di Forza. La legge è generale, vale per qualunque forza, tuttavia all'epoca di Newton una sola è la forza è conosciuta a livello di poterne dare una definizione formale: la forza di gravità, che è legata ad una proprietà ben definita di tutti i corpi, la loro massa. Tuttavia già all'epoca esistevano altre "forze" di cui non poteva essere data nessuna descrizione formale. Stiamo parlando delle forze di origine elettrica e magnetica. Queste forze erano note da secoli. Nel mondo occidentale il primo "scienziato" che si accorse che sfregando un bastoncino di ambra si potevano attrarre dei piccoli pezzi di materiale fu, probabilmente, Talete, nel VI secolo a.C. E, sempre in occidente, fin dal V-VI secolo si utilizzava la bussola, un sottile ago di ferro "magnetizzato" che, se libero di muoversi, ruotava indicando sempre il Nord. Esistevano quindi due forze diverse dalla forza di gravità, anche se non se ne conosceva la natura né il comportamento. La descrizione dell'origine di queste due forze e delle leggi che ne derivavano fu un percorso complesso compiuto da una serie di fisici fra il XVIII e il XIX secolo, arrivando ad una descrizione completa non solo delle forze elettriche e magnetiche, ma anche alla descrizione di qualcosa che fino ad allora sembrava completamente slegata da queste due: la propagazione della luce. Questo lavoro di unificazione fu compiuto da J. C. Maxwell che nel 1864 scrisse le famose equazioni che portano il suo nome¹: quattro equazioni differenziali che permettono di trattare tutti i fenomeni legati alla presenza di cariche elettriche, ferme o in moto, nel vuoto o nei mezzi materiali. In questo capitolo descriveremo i principi che stanno alla base dei fenomeni elettrici, magnetici ed elettromagnetici e che, insieme alla Meccanica ed alla Termodinamica, formano il corpus di quella che viene chiamata Fisica Classica.

4.2 Una nuova proprietà: la carica elettrica

Fino al XVIII secolo, dato un corpo, le proprietà necessarie per descrivere il suo moto in rapporto agli altri corpi erano: la posizione e la velocità in un qualunque istante di tempo, l'eventuale configurazione spaziale (per un corpo esteso) e la sua massa². L'elettromagnetismo nasce quando si scopre che ad ogni corpo posso – devo – attribuire una nuova proprietà necessaria per descrivere alcuni fenomeni non spiegabili tramite la forza di gravità: la carica elettrica. La *carica elettrica* è solo una nuova proprietà che attribuisco a ciascun corpo³.

4.2.1 Proprietà della carica elettrica

La carica elettrica ha due proprietà fondamentali:

1) La carica elettrica posseduta da un corpo non dipende dalla scelta del sistema di riferimento inerziale in cui viene misurata. Cioè è un invariante.

¹ James C. Maxwell "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field". 1864.

² Si noti che anche la Termodinamica può essere descritta solo con grandezze meccaniche: la temperatura è una media delle velocità delle particelle, la pressione è una forza, il volume è legato alle dimensioni...

³ Per fare questo devo aver definito tutte le procedure necessarie per misurare e quindi dare un valore numerico a questa nuova proprietà. Può essere fatto partendo dalla legge $F=ma$. E' quello che faranno i fisici del XVIII-XIX secolo.

2) La carica elettrica totale di un sistema chiuso (che non può scambiare massa con l'esterno) rimane costante.

L'elettromagnetismo non è altro che l'insieme delle relazioni necessarie per descrivere il comportamento dei corpi dotati di carica elettrica, quando interagiscono fra di loro. Ma la cosa è più complicata di quanto non fosse la trattazione della meccanica, in cui avevo solo la forza di gravità. Le interazioni tramite la carica elettrica dipendono in modo essenziale anche dal moto relativo delle varie cariche. Vediamo per il momento cosa succede se ho delle cariche elettriche ferme, le une rispetto alle altre.

4.2.2 Interazione fra cariche elettriche ferme – la legge di Coulomb

Si osserva⁴ che corpi dotati di carica elettrica si attraggono o si respingono con una legge identica (formalmente) alla legge di gravitazione universale:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \hat{R} \quad \text{Legge di Coulomb}$$

dove k è una costante che dipende dal mezzo in cui si trovano le cariche elettriche. E' il mondo dell'elettrostatica, descrive ciò che avviene quando facciamo interagire cariche elettriche ferme.

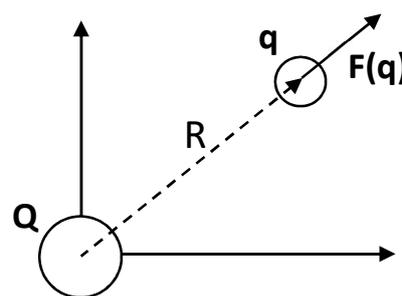
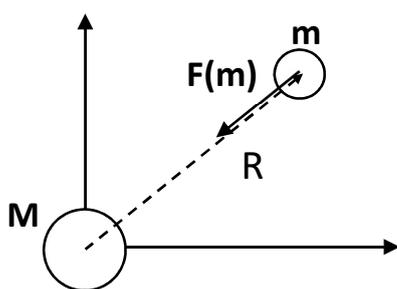
Quindi esistono almeno due proprietà dei corpi "semplici"⁵, la massa m e la carica elettrica q , descritte dalle due leggi, la legge di Gravitazione universale di Newton e la legge di Coulomb (vedi figura 4.1):

$$\vec{F}(m) = -G \frac{M \cdot m}{R^2} \hat{R} ; \quad M, m > 0$$

$$\vec{F}(q) = k \frac{Q \cdot q}{R^2} \hat{R} ; \quad Q, q \lesseqgtr 0$$

La Forza Gravitazionale è sempre attrattiva

La Forza Elettrostatica è repulsiva o attrattiva



Caso in cui Q e q hanno lo stesso segno, se il segno fosse diverso la forza sarebbe attrattiva.

Fig. 4.1 Disegno schematico delle forze di interazione gravitazionali (sempre attrattive) ed elettriche (repulsive se le cariche hanno lo stesso segno), su di un corpo di massa m , carica elettrica q , a distanza R dal corpo di massa M e carica elettrica Q . Le forze indicate sono quelle esercitate dal corpo (M, Q) sul corpo (m, q) . Sul corpo (M, Q) , per il terzo principio della dinamica, si esercitano le stesse forze, con la stessa direzione e verso opposto.

⁴ Le legge è inferita dalle prove sperimentali, come per l'interazione gravitazionale.

⁵ Intendendo come "semplici" corpi molto piccoli, idealmente puntiformi.

Le due leggi hanno la stessa dipendenza dalla distanza – decrescono entrambi con il quadrato della distanza, ma hanno due differenze fondamentali:

- Il segno della forza: la massa di un corpo è una grandezza sempre positiva mentre la carica elettrica può essere positiva o negativa (o nulla). Questo porta al fatto che, mentre l'interazione gravitazionale è sempre attrattiva (quindi non può esistere uno *schermo* gravitazionale), l'interazione elettrostatica, dipendendo dal prodotto delle due cariche, può essere attrattiva (nel caso di cariche di segno diverso) o repulsiva (nel caso di cariche dello stesso segno).

- La costante inserita nella formula: nel caso di G è una costante universale, è sempre la stessa, indipendentemente dal mezzo in cui si trovano i corpi, dipende solo dall'aver scelto certe unità di misura. Questo vuol dire che se i corpi sono nel vuoto, oppure nell'acqua, oppure se c'è un altro corpo fra i due...la forza è sempre la stessa. Nel caso della costante k invece, questa costante dipende dal mezzo interposto fra i due corpi, il valore più alto si avrà nel vuoto, per qualunque mezzo interposto sarà minore.⁶

- Il valore della forza: le due forze sono ovviamente omogenee, quindi possono essere confrontate. E' importante vedere quale può essere il loro rapporto per un sistema elementare, per esempio nel caso che avessi due protoni a distanza R :

La forza di attrazione gravitazionale fra i due protoni è: $F_G = G \frac{m_p \cdot m_p}{R^2}$, mentre la loro forza di repulsione elettrostatica è $F_e = k \frac{q \cdot q}{R^2}$. Se ne faccio il rapporto ottengo un numero indipendente dalla loro distanza (la dipendenza dalla distanza è la stessa, quindi non conta quanto siano lontani):

$$\frac{F_G}{F_e} = \frac{G m_p^2}{k q^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{9 \cdot 10^9} \frac{(1,67 \cdot 10^{-27})^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 8 \cdot 10^{-37} !$$

Questo è un numero incredibilmente piccolo. La forza di interazione gravitazionale è enormemente inferiore a quella elettrostatica. Per questo sulla Terra noi sentiamo solo gli effetti dell'attrazione gravitazionale dovuta alla Terra (...numero protoni). Le interazioni gravitazionali fra i corpi presenti sulla terra, siano un pezzo di ferro, un treno o una montagna sono assolutamente trascurabili rispetto a qualunque forza elettrica: sono le interazioni elettromagnetiche che dominano il nostro mondo.

4.3 Il concetto di campo

Il concetto di campo nasce dai lavori e dalle osservazioni dei fisici del XIX secolo. La storia di chi abbia scoperto cosa e di chi siano stati i primi ad osservare ed a descrivere i tanti effetti legati alle interazioni fra le cariche elettriche è qualcosa che ha a che fare con la storia della Fisica, non ne parleremo; qui, semplificando, diremo che il concetto di campo fu sviluppato da Faraday, molti anni dopo che le principali leggi delle interazioni elettromagnetiche erano state scritte.

L'idea è questa. Già con la legge di gravitazione universale Newton si era posto il problema di quale fosse la causa che provocava l'attrazione fra masse. E' il famoso "Hypotheses non fingo" con cui Newton rinuncia a dare una spiegazione al fenomeno dell'attrazione gravitazionale

[...] In verità non sono ancora riuscito a dedurre dai fenomeni la ragione di queste proprietà della gravità, e non invento ipotesi. Qualunque cosa, infatti, non deducibile dai fenomeni va chiamata ipotesi; e nella

⁶ $k(\text{vuoto}) = 1/4\pi\epsilon_0$, dove $\epsilon_0 \cong 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m mentre $k(\text{mezzo}) = k(\text{vuoto})/\epsilon_r$, dove ϵ_r è la costante dielettrica relativa che può variare da poche unità, nel caso delle plastiche, a circa 80 nel caso dell'acqua.

*filosofia sperimentale non trovano posto le ipotesi sia metafisiche, sia fisiche, sia delle qualità occulte, sia meccaniche. [...]*⁷

Ma non c'è solo il problema di giustificare la legge di attrazione gravitazionale, c'è un altro problema concettualmente più complicato: attraverso che cosa si trasmette questa forza? Noi siamo abituati e dover *toccare* dei corpi per esercitare una forza su di loro, per esempio per spostarli. Mentre la forza di gravità sembra agire anche fra corpi che non sono in contatto (Terra-Luna). Come può il vuoto trasmettere una forza? Questo era il punto che preoccupava i fisici da Newton in poi, e che avrebbe dato origine a supporre l'esistenza dell'etere o di altri *enti* presenti nello spazio fra i corpi.

Il punto chiave che risolse il problema fu quello di riconsiderare lo spazio vuoto. Lo spazio vuoto ha sicuramente delle proprietà geometriche, perché non dovrebbe avere delle proprietà fisiche? Il concetto di campo è quello di assegnare ad ogni punto dello spazio – vuoto o non vuoto, non ha importanza – una grandezza fisica che sarà legata agli effetti che potrò misurare⁸ su di un qualunque corpo posizionato in quel punto. E questi effetti saranno, in prima approssimazione, quelli di una forza.

Dal punto di vista formale la cosa è abbastanza semplice: se prendiamo la legge di Coulomb:

$\bar{F}(q, R) = k \frac{qQ}{R^2} \hat{R}$ dove con $\bar{F}(q, R)$ intendiamo la forza sulla carica q a distanza R dalla carica Q , posso riscriverla così: $\bar{F}(q, R) = k \frac{qQ}{R^2} \hat{R} = q \cdot k \frac{Q}{R^2} \hat{R} = q \cdot \bar{E}(Q, R)$. Quello che ha fatto è di scrivere la forza su q come il prodotto della carica stessa per una grandezza (vettoriale): il campo Elettrico. Questa grandezza, che dipende da Q (la causa della forza) e dalla posizione relativa fra Q e dove vado a calcolarla, è una caratteristica dello spazio. Posso anche scrivere infatti:

$\bar{E}(R) = \frac{\bar{F}(q, R)}{q} = k \frac{Q}{R^2} \hat{R}$, cioè il campo elettrico, operativamente, non è altro che la forza elettrica che si esercita su di una carica q , divisa per il valore della carica⁹, che dipende dal valore e dalla posizione delle sorgenti del campo (le cariche elettriche) e dal punto in cui sto calcolando il campo.

4.3.1 Cariche elettriche in moto con velocità costante

Si osserva che se faccio muovere delle cariche elettriche con un moto *ordinato* – e questo moto lo chiamerò corrente elettrica – queste generano un nuovo *campo* che viene chiamato campo di induzione magnetica \bar{B} . Quindi cariche in moto con velocità media $\langle v \rangle$ (in modulo) danno una corrente i come indicato in figura.

La corrente elettrica: $i = n \cdot q \langle v \rangle S$

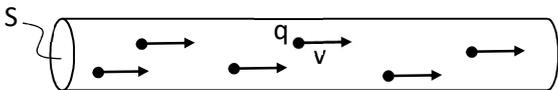


Fig. x.x Schema di un conduttore di sezione S con n portatori di carica q per unità di volume (tipicamente elettroni) con una velocità media $\langle v \rangle$. Il moto ordinato di queste cariche viene chiamato corrente elettrica.

Questa corrente i da origine ad un campo \bar{B} che per un caso particolare (un filo conduttore rettilineo virtualmente infinito percorso da una corrente costante i) è uguale, nel vuoto, a:

⁷ Dalla seconda edizione dei Principia del 1713. Vedi Newton (a cura di Alberto Pala), Opere. Vol. 1. Principi matematici della filosofia naturale, nei Classici della scienza, Torino UTET, 1997 (pagg. 801-802).

⁸ Attenzione, questo è un punto chiave: posso definire la grandezza "campo" perché stabilisco una procedura con cui misurarlo, o perché in ogni caso ne prevedo degli effetti misurabili.

⁹ Rigorosamente dovremmo utilizzare una carica di prova q tale da non disturbare il campo elettrico già presente, quindi la carica q con cui misurare il campo deve essere una carica piccola, idealmente tendente a zero.

$B(i, R) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$ dove R è la distanza dal filo e la direzione di B è tangenziale alla circonferenza di raggio R , con il verso indicato¹⁰.

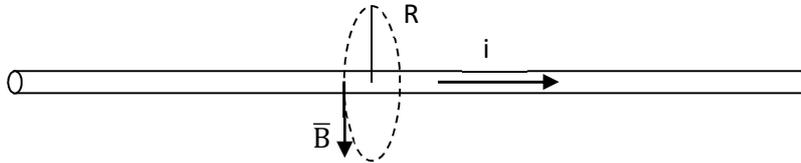


Fig. x.x Il campo \vec{B} creato da un filo indefinito percorso da una corrente costante i .

Il punto chiave, per quel che riguarda le interazioni, è che il campo B esercita a sua volta una forza su ogni carica in movimento (rispetto a questo campo). E' la cosiddetta Forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

E già da questa formula si può vedere che c'è un problema, simile a quello che porterà A. Einstein ad affrontare il problema delle cariche elettriche in movimento e quindi a formulare la Teoria della Relatività Speciale.

4.3 Una incongruenza della Teoria.

Supponiamo di avere una particella di carica q ad una distanza R dal filo, e con una velocità v parallela alla direzione del filo. Noi siamo in un sistema di riferimento solidale con il filo, vediamo il campo B (costante ed uniforme lungo la traiettoria della particella) fermo rispetto a noi e la particella q in moto con velocità v . In questo caso la particella sentirà la forza di Lorentz uguale a $F=qvB$. Tralasciamo per il momento di scrivere la direzione della Forza, la cosa essenziale è che questa forza è diversa da zero.

Poniamoci ora in un sistema di riferimento (inerziale) solidale con la particella q e supponiamo, per semplicità, che anche le cariche del conduttore abbiano la stessa velocità v . In questo caso io vedo le cariche del conduttore ferme, quindi esse per me non generano nessun campo.

Cariche elettriche in moto con velocità non costante, accelerate. Il campo elettromagnetico

Quando ho delle cariche elettriche che si muovono con velocità non costante, quindi con accelerazione diversa da zero, nello spazio si crea un campo che è composto sia da un campo elettrico che da un campo magnetico, con delle relazioni ben precise fra di loro. E che questo "campo" viaggia nello spazio, trasportando energia: è il campo elettromagnetico – da qui in poi e.m. -. Con quale velocità? Con la velocità della luce! La luce (visibile) non è altro che un campo e.m.

¹⁰ La formula esatta viene scritta per un elemento di corrente di lunghezza $d\vec{l}$ che, a distanza \vec{R} , crea, nel vuoto, il campo $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{|\vec{R}|^3}$. Dove μ_0 è la costante dielettrica del vuoto che vale $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} S.I.$